

# **CHƯƠNG 6.**

# **PHƯƠNG SAI SAI SỐ**

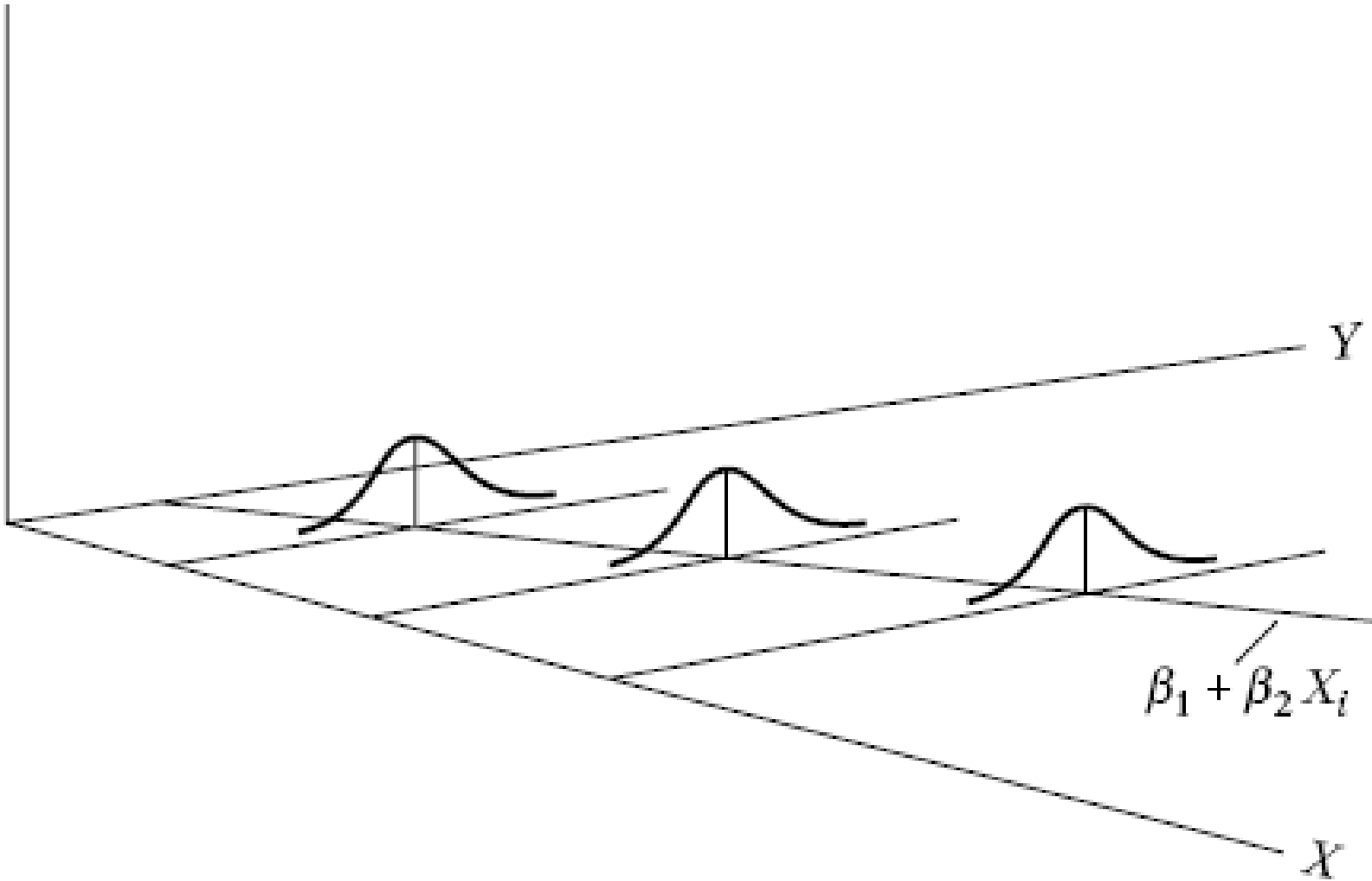
# **THAY ĐỔI**

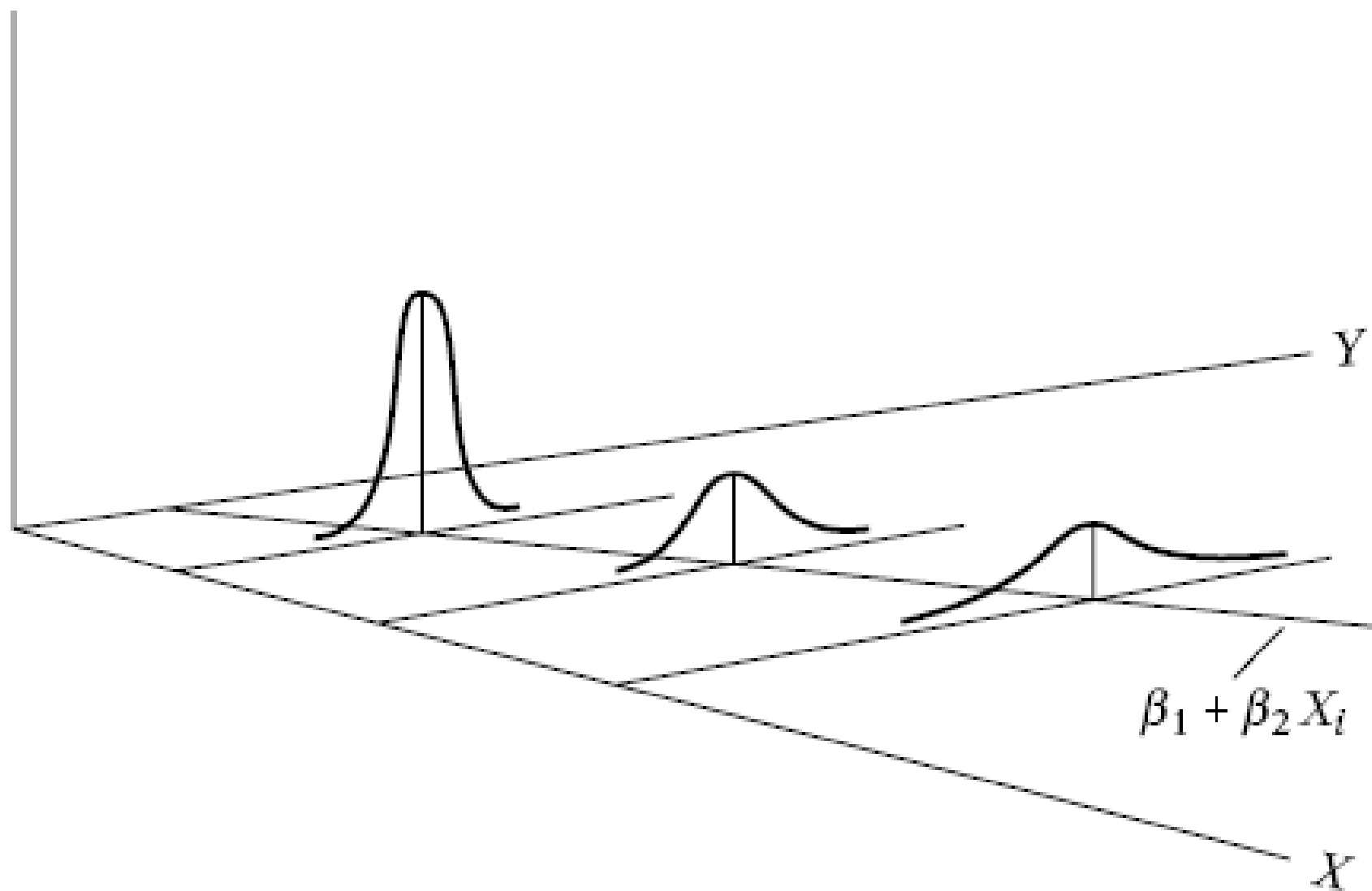
# Các vấn đề cần xem xét

- Định nghĩa loại khuyết tật của mô hình (Mô hình vi phạm giả thiết nào của phương pháp OLS)
- Nguyên nhân của khuyết tật
- Hậu quả của khuyết tật đối với các ước lượng OLS
- Cách phát hiện
- Giải pháp khắc phục

# I. Định nghĩa

- Phương sai của các sai số ngẫu nhiên nhận các giá trị khác nhau tại các quan sát khác nhau.  $\text{Var}(u_i) = \sigma_i^2$
- Vi phạm giả thiết 3 của phương pháp OLS:  $\text{Var}(u_i) = \text{Var}(u_j) = \sigma^2, \forall (i \neq j)$





## II. Nguyên Nhân

- Mô hình sửa sai (erro learning model)
- Bản chất của các mối liên hệ kinh tế
- Cải thiện trong kỹ thuật thu thập số liệu
- Giá trị ngoại lai của các biến số.
- Định dạng mô hình (dạng hàm số, số biến số trong mô hình).
- Phương sai sai số thay đổi thường xảy ra với số liệu chéo hơn với số liệu chuỗi thời gian.

### III. Hậu quả

- Khi phương sai sai số thay đổi: (a)

$$\hat{\beta}_2 = \sum_{i=1}^n k_i Y_i = \sum_{i=1}^n k_i (\beta_1 + \beta_2 X_i + u_i)$$

$$Var(\hat{\beta}_2) = var(\sum k_i U_i) = \frac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{\left(\sum x_i^2\right)^2}; \quad k_i = \frac{x_i}{\sum x_i^2}$$

- Khi phương sai sai số đồng nhất: (b)

$$var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

### III. Hậu quả (tiếp)

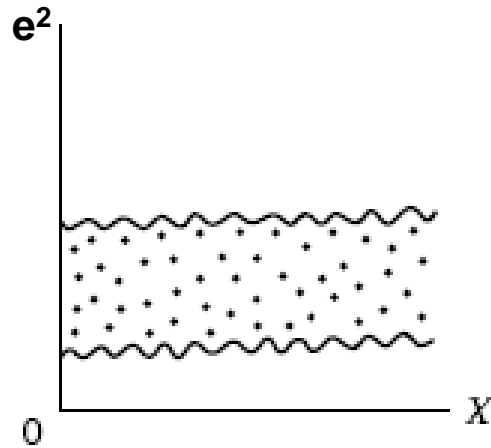
- Các ước lượng nhận được vẫn không chệch, tuyến tính nhưng mất tính hiệu quả (Phương sai (a) thường có giá trị lớn hơn (b)).
- Ước lượng của các phương sai sẽ bị chệch (do các phần mềm thống kê đều áp dụng công thức (b) để tính phương sai cho ước lượng, trong khi phương sai thực là (a)), như vậy khi kiểm định F và T mất hiệu lực.



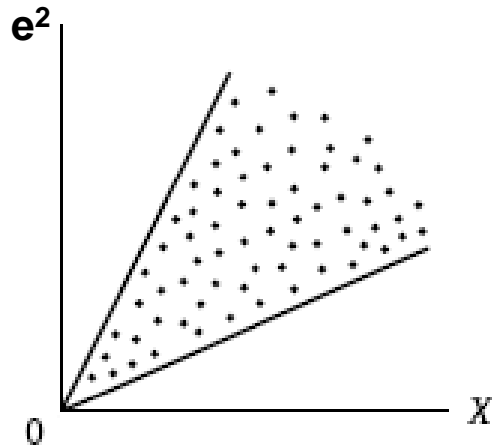
## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

1. Bản chất của vấn đề nghiên cứu  
các số liệu chéo liên quan đến các đơn vị không thuần nhất hay xảy ra hiện tượng phương sai sai số thay đổi
2. Đồ thị phần dư  
vẽ đồ thị theo  $X_i$  hoặc theo  $Y_i$

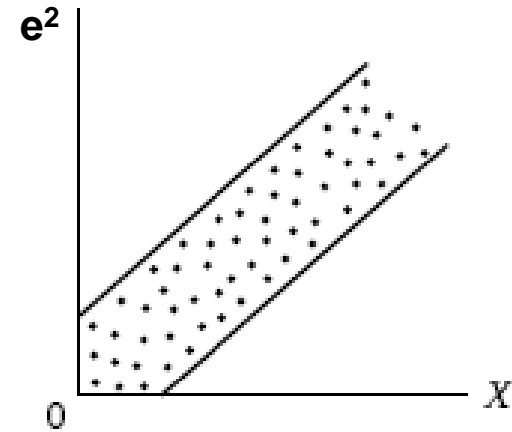
# IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi



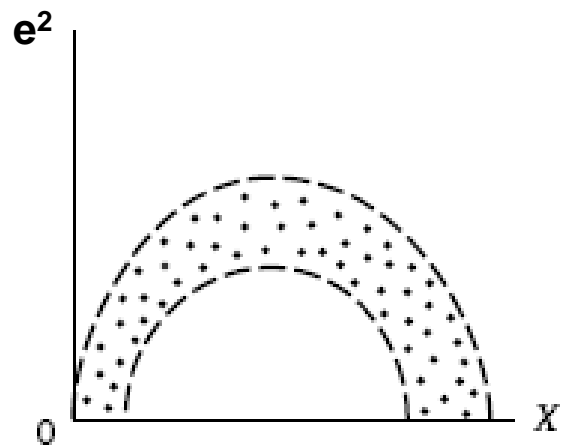
(a)



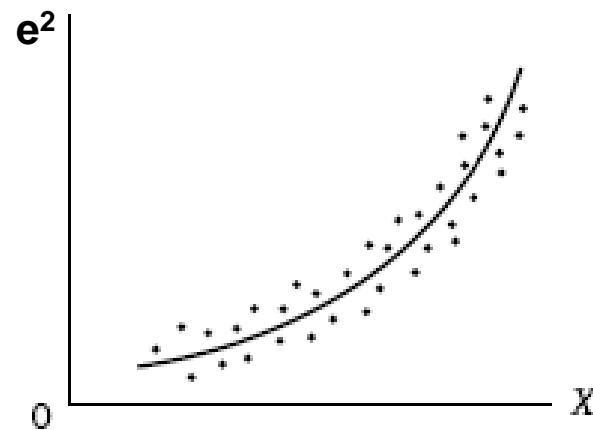
(b)



(c)



(d)



(e)

Psss thay đổi

Nguyễn Thị Minh Hiếu

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 3. Kiểm định Park

- Giả thiết  $\sigma_i^2$  là một hàm của biến độc lập:

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^\alpha e^{v_i}$$

$v_i$  là sai số ngẫu nhiên

$$\Leftrightarrow \ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \alpha \ln X_i + v_i$$

- Kiểm định giả thiết

Ho: phương sai sai số đồng đều  $\Leftrightarrow \alpha = 0$

H1: Phương sai sai số thay đổi  $\Leftrightarrow \alpha \neq 0$

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 3. Kiểm định Park (tiếp)

Park gợi ý sử dụng  $e_i^2$  là đại diện cho  $\sigma_i^2$

+ Dùng OLS ước lượng mô hình ban đầu phần dư  $e_i$

+ Ước lượng mô hình:

$$\ln e_i^2 = \alpha_0 + \alpha \ln X_i + v_i \quad \text{với } \ln \sigma^2 = \alpha_0$$

+ Kiểm định giả thiết bằng thống kê  $t = \frac{\hat{\alpha}}{se(\hat{\alpha})}$

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 4. Kiểm định Glejer

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + v_i$$

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{1}{X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \sqrt{\alpha_1 + \alpha_2 X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + v_i$$

$$|e_i| = \sqrt{\alpha_1 + \alpha_2 X_i^2} + v_i$$

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 4. Kiểm định Glejer (tiếp)

- Bước 1: Dùng OLS để ước lượng mô hình ban đầu phần dư  $e_i \Rightarrow |e_i|$
- Bước 2: Ước lượng một trong các dạng mô hình ở trên
- Bước 3: Kiểm định

$H_0$ : phương sai sai số đồng đều  $\Leftrightarrow \alpha = 0$

$H_1$ : Phương sai sai số thay đổi  $\Leftrightarrow \alpha \neq 0$

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 5. Kiểm định WHITE

- Bước 1: Dùng OLS để ước lượng mô hình ban đầu phần dư  $e_i$   $\Rightarrow e_i^2$

- Bước 2: Ước lượng một trong các dạng mô 
$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \alpha_4 X_2^2 + \alpha_5 X_3^2 + \alpha_6 X_2 X_3 + v_i (*)$$

- Bước 3: Kiểm định

$H_0$ : phương sai đồng đều  $(\alpha_2 = \dots = \alpha_6 = 0)$   $R^2 = 0$

$H_1$ : Phương sai thay đổi  $(\alpha_i \neq 0, i = 2, \dots, 6)$   $R^2 \neq 0$

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 5. Kiểm định WHITE (tiếp)

- $nR^2 \sim \chi^2_{\alpha}(k-1)$

k là số hệ số trong mô hình hồi qui (\*)

Nếu  $nR^2 > \chi^2_{\alpha}(k-1)$  : giả thiết  $H_0$  bị bác bỏ

Nếu  $nR^2 \leq \chi^2_{\alpha}(k-1)$  : không đủ cơ sở bác bỏ giả thiết  $H_0$

- $F \sim F_{\alpha}(k-1, n-k)$   $F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$

$R^2$ : số hệ số xác định bội trong (\*)



# IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

## 5. Kiểm định WHITE (tiếp)

- Các biến độc lập trong (\*) có thể có số mũ cao hơn (bậc 3, 4... )
- (\*) nhất thiết phải có hệ số chặn ?
- Việc đưa vào (\*) tất cả bình phương và tích chéo của các biến độc lập sẽ làm mất nhiều bậc tự do của mô hình
- Nếu ta bỏ tích chéo, kiểm định White sẽ chỉ kiểm định phương sai sai số thay đổi. Nếu có tích chéo, kiểm định White kiểm định cả phương sai sai số thay đổi và sai lầm định dạng.

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 6. Kiểm định dựa trên biến phụ thuộc

Cho rằng:  $\sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 (E(Y_i))^2 + v_i$

Chưa biết  $\sigma_i^2$  và  $(E(Y|X_i))^2$  nên thay bằng  $e_i^2, \hat{Y}_i^2$

Các bước:

- Ước lượng mô hình ban đầu bằng phương pháp OLS  $\Rightarrow e_i, \hat{Y}_i \Rightarrow e_i^2, \hat{Y}_i^2$
- Ước lượng mô hình sau bằng OLS:

$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \hat{Y}_i^2 + v_i \Rightarrow R^2$$

## IV. Các biện pháp phát hiện phương sai sai số thay đổi

### 6. Kiểm định dựa trên biến phụ thuộc (tiếp)

- Kiểm định giả thiết.

$H_0$ : phương sai sai số đồng đều  $\Leftrightarrow R^2 = 0$

$H_1$ : Phương sai sai số thay đổi  $\Leftrightarrow R^2 > 0$

Có thể sử dụng 1 trong 3 tiêu chuẩn kiểm định sau:

$$nR^2 \sim \chi(1) \quad ; \quad t \sim T^{(n-2)}$$

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-2}{1} = \left( \frac{\hat{\alpha}_2}{\text{se}(\hat{\alpha}_2)} \right)^2 \sim F(1, n-2)$$

## V. Các biện pháp khắc phục

$$\text{Xét mô hình: } Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_i \quad (1)$$

$$\text{Var}(u_i) = \sigma_i^2$$

1. Trường hợp đã biết  $\sigma_i^2$

Sử dụng phương pháp bình phương nhỏ nhất có trọng số (WLS: Weighted Least Squares)

$$(1) \Leftrightarrow (1a)$$

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_1 \frac{1}{\sigma_i} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sigma_i} + \frac{u_i}{\sigma_i} \quad (1a)$$

## IV. Các biện pháp khắc phục

1. Trường hợp đã biết  $\sigma_i^2$  (tiếp)

$$Y_i^* = \beta_1 X_{0i}^* + \beta_2 X_i^* + v_i \quad (1b)$$

$$v_i = \frac{U_i}{\sigma_i} \quad Y_i^* = \frac{Y_i}{\sigma_i} \quad X_{0i}^* = \frac{X_{0i}}{\sigma_i} \quad X_i^* = \frac{X_i}{\sigma_i}$$

$$\text{var}(v_i) = \text{var}\left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right) = \frac{1}{\sigma_i^2} \text{var}(u_i) = \frac{1}{\sigma_i^2} \sigma_i^2 = 1 = \text{const}$$

$\Rightarrow$  (1b) có phương sai sai số không đổi

# V. Các biện pháp khắc phục

## 1. Trường hợp đã biết (tiếp)

Phương pháp bình phương nhỏ nhất tổng quát (GLS- General Least Square) là phương pháp OLS áp dụng cho các biến số đã được biến đổi để thoả mãn các giả thiết của phương pháp OLS.

Phương pháp bình phương nhỏ nhất có trọng số (WLS: Weighted Least Squares) Là một trường hợp của GLS

# IV. Các biện pháp khắc phục

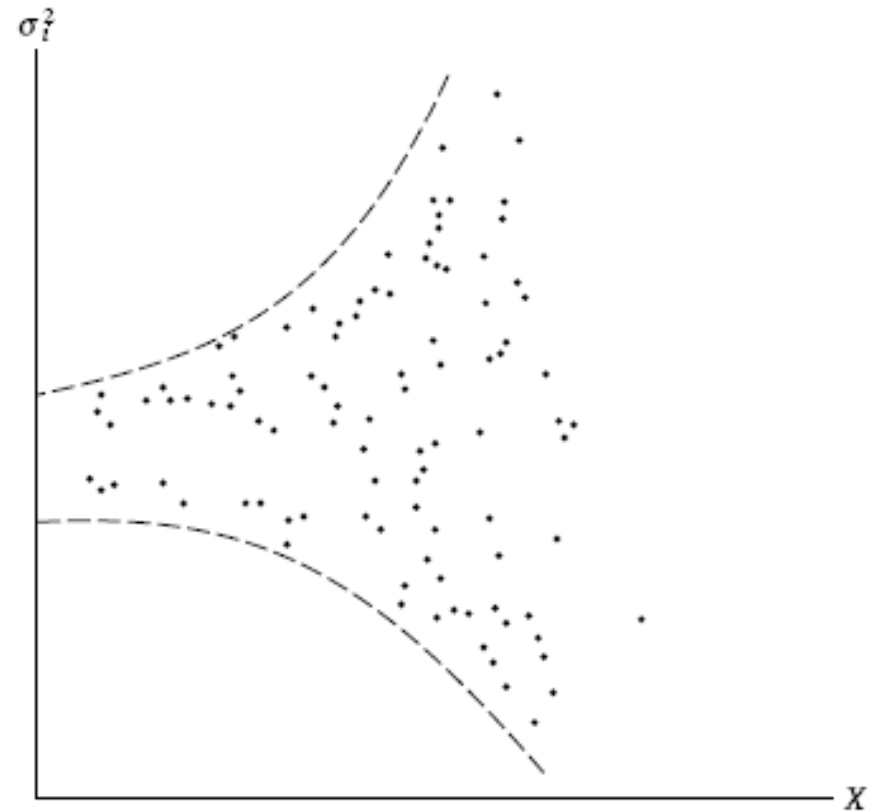
## 2. Trường hợp chưa biết $\sigma_i^2$

a. Giả thiết:  $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^2$

⇒ Biến đổi

$$\frac{Y_i}{X_i} = \beta_1 \frac{1}{X_i} + \beta_2 + \frac{U_i}{X_i}$$

$$Y_i^* = \beta_1 X_i^* + \beta_2 + v_i$$



## IV. Các biện pháp khắc phục

a. Giả thiết:  $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^2$  (tiếp)

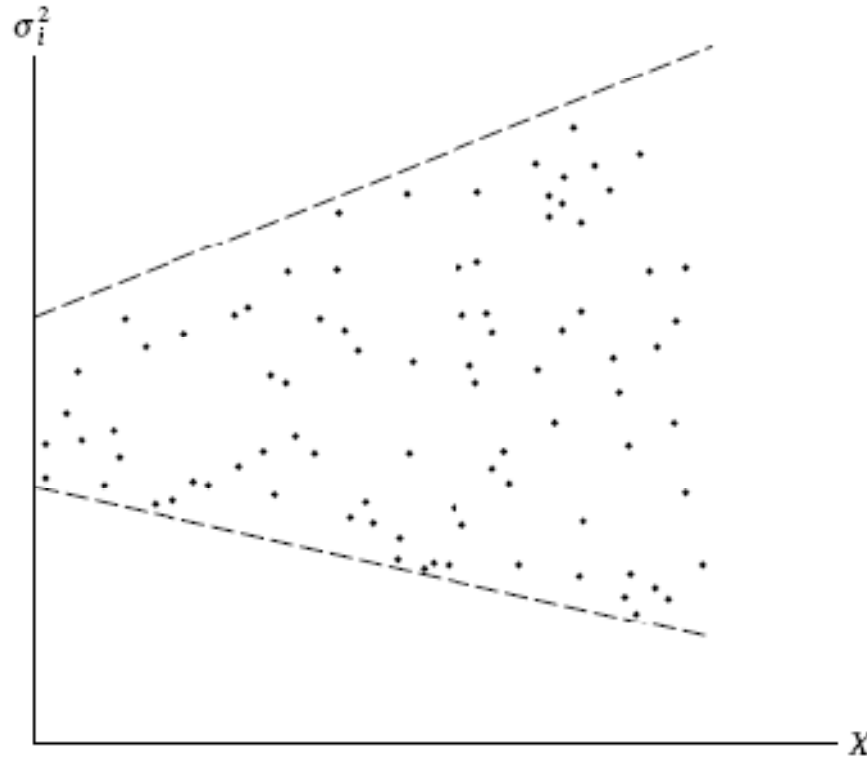
$$\text{var}(v_i) = \text{var}\left(\frac{u_i}{X_i}\right) = \frac{1}{X_i^2} \text{var}(u_i) = \frac{1}{X_i^2} \sigma^2 X_i^2$$

$$\text{var}(v_i) = \sigma^2 = \text{const}$$



## 2. Trường hợp chưa biết

b. Giả thiết:  $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i$  (với  $X_i > 0$ )



## 2. Trường hợp chưa biết

b. Giả thiết:  $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i$  (với  $X_i > 0$ ) (tiếp)

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + \beta_2 \sqrt{X_i} + \frac{U_i}{\sqrt{X_i}}$$

$$Y_i^* = \beta_1 X_{1i}^* + \beta_2 X_{2i}^* + v_i$$

$$\text{var}(v_i) = \sigma^2 = \text{const}$$

## 2. Trường hợp chưa biết

c. Giả thiết:

$$\Rightarrow \text{Biến đổi } \sigma_i^2 = \sigma^2 (E(Y_i))^2$$

$$\frac{Y_i}{E(Y_i)} = \beta_1 \frac{1}{E(Y_i)} + \beta_2 \frac{X_i}{E(Y_i)} + \frac{U_i}{E(Y_i)}$$

$$Y_i^* = \beta_1 X_{1i}^* + \beta_2 X_{2i}^* + v_i$$

$$\text{var}(v_i) = \sigma^2 = \text{const}$$

$\Rightarrow$  Do  $E(Y_i)$  chưa biết nên dùng ước lượng của nó là  $\hat{Y}_i$

d. Biến đổi loga dạng hàm

## IV. Các biện pháp khắc phục

### Chú ý:

- Phép biến đổi loga, chia hoặc nhân hai vế với  $\sqrt{X_i}, \sqrt{Y_i}$  không thực hiện được khi các giá trị X hoặc Y âm
- Có thể xảy ra trường hợp, các biến gốc không tương quan nhưng tỉ số giữa các biến lại có thể tương quan
- Khi  $\sigma^2$  chưa biết, với các mô hình biến đổi, kiểm định t, F chỉ có hiệu lực trong những mẫu lớn.